

## TD MÉTHODES QUANTITATIVES CONTRÔLE N°2

### Exercice 1 -

Une entreprise internationale vend un même produit aux États-Unis à un prix  $x$  (en dollars) et en Europe à un prix  $y$  (en euros). On suppose que le profit dégagé par cette entreprise (en euros) est donné par

$$f(x, y) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{9}y^3 + y^2 - 10.$$

Dans un premier temps, on suppose que  $x$  et  $y$  sont des variables indépendantes l'une de l'autre.

- 1) Déterminer l'unique point critique pour  $f$  (on rappelle que  $x$  et  $y$  prennent des valeurs strictement positives).
- 2) Ce point critique correspond-il à un profit maximal? Un profit minimal? Ni l'un ni l'autre?
- 3) Combien vaut ce profit?

On suppose maintenant qu'en raison du cours du dollar, ainsi que des coûts fixes de transport, les prix  $x$  et  $y$  respectent en fait la relation  $-3x + 3y + 9 = 0$ .

- 1) Exprimer  $y$  en fonction de  $x$ .
- 2) Sous cette contrainte, que devient l'expression de  $f(x, y)$ ?
- 3) Étudier la nouvelle fonction obtenue. Pour quelle valeur de  $x$  et de  $y$ , le profit est-il optimal?
- 4) Que vaut ce profit? S'agit-il d'un profit maximal ou minimal?

### Exercice 2 -

Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x, y) = ye^x - 2y + 5$ .

- 1) Vérifier que le point  $(\ln 2, 0)$  est un point critique pour  $g$ .
- 2) Déterminer la nature de ce point critique.