

TD MÉTHODES QUANTITATIVES CONTRÔLE N°2

Exercice 1 -

On considère la fonction f définie par

$$f(x, y) = x^2y - 2xy + y^3 - 2y^2 + y.$$

Dans un premier temps, on suppose que x et y sont des variables indépendantes l'une de l'autre.

- 1) Vérifier que les points $(1, 0)$ et $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ sont des points critiques pour f .
- 2) Déterminer la nature du point critique $\left(1, \frac{4}{3}\right)$.
- 3) Que vaut la fonction en ce point ?

On suppose maintenant que les variables x et y respectent en fait la relation $3x + 3y - 3 = 0$.

- 1) Exprimer x en fonction de y .
- 2) En déduire l'expression de $f(x, y)$ sous cette contrainte.
- 3) Étudier la nouvelle fonction obtenue. Pour quelle valeurs de x et de y , cette fonction admet-elle un extremum? Justifier la nature de l'extremum.
- 4) Que valent ces extrema?

Exercice 2 -

Soit la fonction g définie par $g(x, y) = x^2 + 3xy + y^2 - 4y$.

- 1) Déterminer l'unique point critique pour g .
- 2) Quelle est la nature de ce point critique?