

TD MÉTHODES QUANTITATIVES N°2

SYSTÈMES LINÉAIRES - ÉTUDE DE FONCTIONS

Exercice 1 - Calcul de déterminants

Pour chacun des trois systèmes, préciser s'il possède une seule, une infinité ou aucune solution. Dans le cas d'une solution unique, la calculer.

$$(\mathcal{S}_1) \begin{cases} -3x + 3.2y = 15 \\ \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}y = 12 \end{cases}, \quad (\mathcal{S}_2) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4y - 6x = 3 \end{cases}, \quad (\mathcal{S}_3) \begin{cases} 2x + 3y = 2.4 \\ 4x - 6y = 4.8 \end{cases}$$

Exercice 2 - Fonction de coût

Une fonction de coût de production a la forme générale suivante :

$$C(Q) = aQ^3 + bQ + c.$$

Si on sait que le coût fixe vaut 3 et que le coût vaut 42 (respectivement 27) pour une production de 3 (respectivement de 6), déterminer l'expression exacte de la fonction de coût.

Exercice 3 - Analyse marginale

On considère la fonction de coût total de production

$$C(Q) = Q^3 - 4Q^2 + 8Q + 5$$

- 1) Définir les fonctions CM et Cm donnant respectivement les fonctions de coût moyen et de coût marginal de production.
- 2) Déterminer la quantité minimisant le coût moyen de production.
- 3) Trouver la valeur Q^* pour laquelle le coût moyen est égal au coût marginal. Que constatez-vous ?

La loi de demande est maintenant donnée par

$$Q(p) = \frac{15 - p}{2}.$$

- 4) En déduire la recette moyenne $RM(Q)$, la recette totale $R(Q)$, ainsi que la recette marginale $Rm(Q)$.
- 5) Trouver la valeur Q_0 pour laquelle le profit réalisé est maximum.
- 6) Représenter sur un même graphique les fonctions CM , Cm , RM et Rm .

Exercice 4 - Bis repetita

Soit une entreprise de fonction de coût moyen $CM(Q) = Q^2 - 10Q + 40$ et dont la recette moyenne s'exprime par $RM(Q) = -Q + 26$.

- 1) Déterminer l'intervalle de production dans lequel l'entreprise s'assure un bénéfice.
- 2) Représenter sur le même graphique les fonctions de coût moyen et de recette moyenne.
- 3) Déterminer, en fonction de Q , le profit de cette entreprise. Pour quelle(s) valeur(s) de Q est-il maximum ? Le calculer.