Licence SPJE mention AES, 1ère année, 2007-2008
Faculté de Droit, Université Lille 2

TD Méthodes Quantitatives
Contrôle n°1

Exercice 1 - Loi de Pareto

Le nombre d'individus d'une population ayant un revenu au moins égal à x est donné par la loi de Pareto

$$N(x) = \frac{10^7}{x^2}$$

Déterminer les quantités suivantes :
1) le nombre de personnes ayant un revenu compris entre 50 et 200
2) le millième plus haut revenu.

Exercice 2 - Fonctions de coût

On considère la fonction de coût moyen définie par

$$CMo(Q) = Q^2 - 12Q + 60.$$

1) Déterminer les fonctions de coût total C et de coût marginal CMa.
2) *L'élasticité* d'une fonction f par rapport à une variable x est définie par $\epsilon_{f/x} = \frac{x}{f(x)} f'(x)$. Montrer que l'élasticité de C par rapport à la production Q est donnée par
$$\epsilon_{C/Q} = \frac{CMa(Q)}{CMo(Q)}.$$
3) Étudier les variations de CMo, en déduire la production pour laquelle ce coût moyen est minimal.
4) Trouver la valeur Q pour laquelle le coût moyen est égal au coût marginal. Que constatez-vous?

Exercice 3 - Placements

Une personne place, pendant un an, une partie de son capital à 6% et l'autre à 4%; elle reçoit 492 euros d'intérêts. Si elle avait échangé les taux des deux placements, les intérêts auraient été inférieurs de 25 euros. On cherche à calculer la somme totale initialement investie.

1) Expliquer pourquoi ce problème se ramène à la résolution du système
$$\begin{cases} 6x + 4y &= 49200 \\ 4x + 6y &= 46700 \end{cases}$$
2) Quel est le déterminant du système ? En déduire le nombre de solutions du système.
3) Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Interpréter le système précédent matriciellement.
4) Vérifier que la matrice
$$B = \begin{pmatrix} 0.3 & -0.2 \\ -0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$$
est la matrice inverse de A. En déduire la solution du système.