

TD MÉTHODES QUANTITATIVES CONTRÔLE N°1

Exercice 1 - Loi de Pareto

Le nombre d'individus d'une population ayant un revenu au moins égal à x est donné par la loi de Pareto

$$N(x) = \frac{10^7}{x^2}$$

Déterminer les quantités suivantes :

- 1) le nombre de personnes ayant un revenu compris entre 50 et 200
- 2) le millième plus haut revenu.

Exercice 2 - Étude de fonction

Soit la fonction f définie pour tout x réel par $f(x) = 2x^2 - 4x - 30$.

- 1) Calculer $f(-3)$. On admet alors que $f(x)$ peut se mettre sous la forme $f(x) = (x+3)(\alpha x + \beta)$, où α et β sont des constantes. En développant cette expression, et en identifiant les différents coefficients, déterminer les valeurs de α et β .
- 2) Étudier le signe de $f(x)$.

Soit maintenant la fonction g définie pour tout x réel par $g(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 15x^2 + 12$.

- 1) Calculer la dérivée $g'(x)$. Déduire de l'étude de $f(x)$ le signe de $g'(x)$.
- 2) En déduire le tableau de variation de g .

Exercice 3 -

On considère la fonction de demande suivante

$$Q(p) = \frac{ap + b}{p + c},$$

où p désigne le prix de vente unitaire.

- 1) On précise que la demande vaut 25 (respectivement 14 et 3) pour un prix unitaire de 1 (respectivement de 2 et de 5). En déduire un système de trois équations vérifiées par les constantes a, b et c .
- 2) Préciser les étapes intermédiaires prouvant que ce système est équivalent au système (S)

$$\begin{cases} a + b & -25c = 25 \\ -b & +36c = -22 \\ -4b & +122c = -110. \end{cases}$$

On considère maintenant le sous-système (S') formée par les deux dernières équations de (S) .

- 3) Que vaut le déterminant de ce système (S') ? Quel est alors le nombre de solutions du système ?
- 4) Résoudre le système (S') par la méthode de votre choix. En déduire la valeur de a .
- 5) Quelle est la demande pour un prix de 7 ?