

TEST N°2

Mercredi 30 novembre 2005

Vous devez réaliser une feuille MAPLE sur laquelle figureront le détail des calculs, ainsi que les réponses fournies par le logiciel. L'énoncé est recto-verso. N'oubliez pas de préciser en mode *texte* les éventuels commentaires.

Exercice 1 -

Nous cherchons à résoudre par une méthode matricielle le système suivant :

$$\begin{cases} x-4y-2z = 51 \\ -x+6y+4z = -59 \\ 3x-3y+2z = 106 \end{cases}$$

- 1) Ce système peut s'écrire sous la forme matricielle $AX = B$. Expliciter les matrices A , X et B .
- 2) En déduire sa résolution.

Exercice 2 -

Une entreprise sépare sa production en trois secteurs de productions S_1 , S_2 et S_3 .

On pose $\bar{X}_i =$ la production totale du secteur S_i .
 $x_{i,j} =$ la quantité de biens de S_i nécessaire pour fabriquer les biens de S_j .
 $\bar{x}_i =$ la production extra-sectorielle de S_i (production superflue).
 $a_{i,j} =$ le rapport $x_{i,j}$ sur \bar{X}_j .

Ceci permet de définir les matrices :

$$X = \begin{pmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{pmatrix}.$$

On rappelle que ces matrices sont reliées par la relation $X - AX = \bar{x}$.

- 1) En 2005, la matrice des rapports $a_{i,j}$ est donnée par

$$A = \begin{pmatrix} 1/6 & 1/3 & 1/10 \\ 1/3 & 1/9 & 2/5 \\ 1/3 & 1/3 & 1/5 \end{pmatrix}.$$

- a) La production totale de l'entreprise est de 600 pour le secteur S_1 , de 900 pour le secteur S_2 , de 1000 pour le secteur S_3 . Entrer sous Maple les valeurs des matrices A et X . Calculer la valeur de \bar{x} .
- b) Une commande extérieure en décembre entraîne une production superflue supplémentaire de 50 pour le secteur S_3 seul. Le vecteur de production superflue supplémentaire est noté \bar{x}_s .
Quelle est la valeur de \bar{x}_s ? Calculer la nouvelle production totale. Quelle est la production supplémentaire?

- 2) Dans une autre entreprise, les rapports $a_{i,j}$ liant les secteurs S_1 , S_2 et S_3 sont différents. La répartition de la production pour 2006 est donnée par le tableau :

	quantité nécessaire à S_1	quantité nécessaire à S_2	quantité nécessaire à S_3	production superflue
production de S_1	100	200	100	200
production de S_2	200	100	200	300
production de S_3	200	200	100	300

- Donner le vecteur X_{06} de la production totale en 2006.
- Donner la nouvelle matrice A_{06} composée des rapports de production $a_{i,j}$.
- Vérifier la relation $X_{06} - A_{06}X_{06} = \bar{x}_{06}$.

Exercice 3 -

Un fabricant fabrique deux versions d'un modèle de montres. Ces versions diffèrent uniquement par les options proposées : seul le mécanisme interne est différent. Le mécanisme de

- la version "classique" nécessite 1 composant A et 3 composants B ,
- la version "plus" nécessite 7 composants A et 4 composants B .

Ce fabricant dispose de 340 composants A , 510 composants B et 100 boîtiers de montres. Le bénéfice de la vente d'un modèle "classique" est de 2 euros, celui pour un modèle "plus" est de 3 euros.

- Ecrire les contraintes.
- Trouver le programme de fabrication donnant le profit maximum.