Licence SPJE mention AES, 1ère année, 2007-2008
Faculté de Droit, Université Lille 2

TD Méthodes Quantitatives n° 1
Fonctions continues, dérivables

Exercice 1 - Problème de continuité

Soit f une fonction numérique définie par

$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in]-\infty, 2] \\ a - \dfrac{b}{x} & \text{si } x \in]2, 4] \\ 1 & \text{si } x \in]4, +\infty[\end{cases}$$

Déterminer les réels a et b pour que cette fonction soit continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 - Équilibre offre-demande

On considère une produit et la détermination de son prix dans un marché isolé. Soit P le prix du produit, $QD(P)$ la quantité de la demande, $QO(P)$ la quantité de l'offre, tels que

$$\begin{cases} QD(P) &=& -3 + \dfrac{40}{P} \\ QO(P) &=& \dfrac{P}{6} \end{cases}$$

1) Quel est le domaine de définition des fonctions QD et QO ?
2) Calculer l'offre et la demande pour un prix unitaire de 1, puis pour un prix unitaire de 10. En déduire l'existence d'un état d'équilibre pour un certain prix unitaire P_e.
3) Déterminer ce prix d'équilibre à 0.1 près par la méthode de dichotomie, puis de manière exacte.

Exercice 3 - Analyse marginale

On considère la fonction de coût total de production définie par $C(Q) = Q^3 - 4Q^2 + 8Q + 5$.
1) Définir les fonctions CM et Cm donnant respectivement les fonctions de coût moyen et de coût marginal de production.
2) Déterminer la quantité minimisant le coût moyen de production.
3) Trouver la valeur Q^* pour laquelle le coût moyen est égal au coût marginal. Que constatez-vous ?

La recette moyenne est donnée par $RM(Q) = 68 - 2Q$.
4) En déduire la recette totale $R(Q)$, ainsi que la recette marginale $Rm(Q)$.
5) Trouver la valeur Q_0 pour laquelle le profit réalisé est maximum.
6) Représenter sur un même graphique les fonctions CM, Cm, RM et Rm.