

Devoir surveillé n°6
Mercredi 02 mars 2005

A. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[2, 15]$ par $f(t) = -\frac{t}{2} + 3 \ln t$.

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f et montrer que, pour tout t de $[2, 15]$, $f'(t) = \frac{6-t}{2t}$.

2. a) Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[2, 15]$.

b) Montrer que la fonction f admet un maximum dont on donnera la valeur exacte.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f . Le compléter avec les valeurs exactes de $f(2)$, de $f(15)$ et du maximum.

3. a) Reproduire et compléter le tableau: (on donnera les résultats arrondis à 10^{-1} près).

t	2	3	4	6	8	10	11	13	14	15
$f(t)$	1,1		2,2	2,4			1,7		0,9	

b) Construire la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f dans un repère orthogonal: on prendra pour unités graphiques: 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 4 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

B. Une personne sous l'emprise de l'alcool est mise en observation. On appelle t le nombre d'heures écoulées depuis sa mise en observation.

On admet que l'expression $f(t) = -\frac{t}{2} + 3 \ln t$ donne son taux d'alcoolémie (en g/L), pour t compris entre 2 et 15.

1. Cette personne pourra-t-elle conduire une voiture au bout de 15 heures d'observation, sachant qu'il est interdit de conduire avec un taux d'alcoolémie supérieur ou égal à 0,5 g/L ?

2. À l'aide du graphique de la **partie A**, en faisant apparaître les constructions utiles, répondre aux questions suivantes :

a) Quel est le taux d'alcoolémie, 9 heures après la mise en observation ?

b) On prend 2,4 g/L comme valeur du maximum atteint par le taux d'alcoolémie.

Combien de temps doit-on attendre pour que le taux d'alcoolémie passe de sa valeur maximale à la moitié de celle-ci ?

(Baccalauréat SMS, Antilles – Guyane, 1997)